Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matematica

Prof. Juan Carlos Vila Bravo

1^{ra} prova de Álgebra Linear
Curitiba, 04 de Setembro de 2016

1. Determine os valores de a de modo que o seguinte sistema nas incógnitas x, y, z tenha:

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 3 \\ x + y - z &= 2 \\ x + y + (a^2 - 5)z &= a \end{aligned}$$

   (i) Solução única (Sistema Possível Determinado: **SPD**)

   (ii) Uma infinidade de soluções (Sistema Possível Indeterminado: **SPI**)

   (iii) Nemhuma solução (Sistema Impossível: **SI**)

2. Sejam U e W os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$

$$U = [\ (1,1,1), (1,2,2), (1,-1,-1)\ ]$$

$$W = [\ (0,1,-1), (1,1,2)\ ]$$

   Ache uma base e a dimensão de U , W , $(U \cap W)$ e $(U + W)$.

3. (**)Seja V o Espaço vetorial de todas as matrizes 2×2 sobre o corpo real $\mathbb{R}$. Mostre que

$$W = \{A \in V; \det(A) = 0\}$$

   não é Subespaço vetorial de V

   Toma det = 0, não é inversível

4. Expresse o polinômio $v = t^2 + 4t - 3$ sobre $\mathbb{R}$ como combinação linear dos polinômios $p_1 = t^2 - 2t + 5$, $p_2 = 2t^2 - 3t$, $p_3 = t + 3$.

5. Seja V o espaço das matrizes 2×2 triangulares superiores. Sejam:

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

   duas bases de V.

   (i) Encontre as coordenadas de $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ em relação às bases A e à base B.

   (ii) Encontre a matriz de mudança da base A para a base B e a matriz de mudança da base B para a base A.

6. (***)Determine a dimensão do Espaço vetorial de matrizes quadradas simetricas de ordem n.

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$