SUB P2 CM005

Universidade Federal do Paraná

Setor de Ciências Exatas

Departamento de Matematica   Prof. Juan Carlos Vila Bravo

Nome:

2^{da} PROVA DE ÁLGEBRA LINEAR

Curitiba, 29 de Novembro de 2017

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (x-y, 2y, y+z)$. Mostrar que T é um isomorfismo (T bijetora), e calcular sua inversa T^{-1}.

2. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x, y, z) = (x - y - z, x + y + z, 2x - y + z, -y)$$

2 + 3 - 3

(i) Determine uma base do núcleo de T.   2 = 3 , 4

(ii) Determine uma base imagem de T.   1 + 1 - 1

(iii) T é sobrejetora? Justifique.

3. Seja a transformação linear $T : \underline{\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2}$ tal que $T(x, y, z) = (x - y - z, 4x - y + 2z)$.

(i) Considerando $A = \{(1, 1, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, -1)\}$ uma base do $\mathbb{R}^3$ e $B = \{(1, 2), (-1, 1)\}$ uma base do $\mathbb{R}^2$, encontre $\Big[T\Big]_B^A$

(ii) Usando a matriz $\Big[T\Big]_B^A$ da questão $2(i)$, encontre as coordenadas $\Big[T(u)\Big]_B$ sabendo que as coordenadas de u em relação à base canônica do $\mathbb{R}^3$ são $(1, -2, 1)$.

4. Determine uma base ortonormal de W e uma base ortonormal de $W^{\perp}$, onde W é o subespaço do $\mathbb{R}^4$ dado por:

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x - y - 2z + t = 0\}$$

5. Seja o operador $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $T(x, y, z) = (x + y, -y, z)$.

(i) Ache todos os autovalores e uma base de cada autoespaço do operador T.

(ii) Existe uma base de $\mathbb{R}^3$ que diagonalize o operador T ? Por quê?