

---

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

---

(40pts) 1. Prove, usando apenas as definições e conceitos básicos de aritmética, que:

a) (10pts)  $5n - 4\sqrt{n} \in \Theta(n)$ ;

b) (10pts) se  $g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$  então  $g(n) + f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$ ;

c) (10pts) se  $f(n) \in \mathcal{O}(n)$  e  $h(n) \in \mathcal{O}(n^2)$  e  $(fh)(n) = f(n)h(n)$ ,  
então  $(fh)(n) \in \mathcal{O}(n^3)$ ;

d) (10pts)  $2^n \in \mathcal{O}(3^n)$ .

(20pts) 2. Apresente uma função  $f$  que seja  $\mathcal{O}(4^n)$ , seja  $\Omega(2^n)$ , mas não seja  $\Theta(3^n)$ . Justifique.

(40pts) 3. Considere os algoritmo  $A$  e  $B$ , abaixo. Faça a análise de complexidade destes algoritmos e use a notação  $\mathcal{O}$ ,  $\Omega$  ou  $\Theta$ , conforme achar necessário. Deixe claro qual o tamanho da entrada e se é preciso dividir em pior caso e melhor caso. (20pts cada algoritmo)

---

**Algoritmo 1:**  $A(a, b, v)$

---

Entrada: vetor  $v[a..b]$

Saída: um número

$R \leftarrow 0$

$i \leftarrow a$

$j \leftarrow b$

enquanto  $i \leq j$  faça

$k \leftarrow i$

    enquanto  $k \leq j$  faça

$l \leftarrow 0$

        enquanto  $l \leq b - a$  faça

$R \leftarrow R + v[l]$

$l \leftarrow l + 2$

$k \leftarrow k + 1$

$i \leftarrow i + 1$

$j \leftarrow j - 1$

Devolva  $R$

---

---

**Algoritmo 2:**  $B(x)$

---

Entrada:  $x \in \mathbb{N}$

Saída: um número

se  $x \leq 1$  então

    Devolva  $x$

Devolva  $3 * B(\lceil \frac{x}{2} \rceil) + 1$

---