

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

(40pts) 1. Prove, usando apenas as definições e conceitos básicos de aritmética, que:

a) (10pts) $5n - 4\sqrt{n} \in \Theta(n)$;

b) (10pts) se $g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$ então $g(n) + f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$;

c) (10pts) se $f(n) \in \mathcal{O}(n)$ e $h(n) \in \mathcal{O}(n^2)$ e $(fh)(n) = f(n)h(n)$,
então $(fh)(n) \in \mathcal{O}(n^3)$;

d) (10pts) $2^n \in \mathcal{O}(3^n)$.

(20pts) 2. Apresente uma função f que seja $\mathcal{O}(4^n)$, seja $\Omega(2^n)$, mas não seja $\Theta(3^n)$. Justifique.

(40pts) 3. Considere os algoritmo A e B , abaixo. Faça a análise de complexidade destes algoritmos e use a notação \mathcal{O} , Ω ou Θ , conforme achar necessário. Deixe claro qual o tamanho da entrada e se é preciso dividir em pior caso e melhor caso. (20pts cada algoritmo)

Algoritmo 1: $A(a, b, v)$

Entrada: vetor $v[a..b]$

Saída: um número

$R \leftarrow 0$

$i \leftarrow a$

$j \leftarrow b$

enquanto $i \leq j$ faça

$k \leftarrow i$

 enquanto $k \leq j$ faça

$l \leftarrow 0$

 enquanto $l \leq b - a$ faça

$R \leftarrow R + v[l]$

$l \leftarrow l + 2$

$k \leftarrow k + 1$

$i \leftarrow i + 1$

$j \leftarrow j - 1$

Devolva R

Algoritmo 2: $B(x)$

Entrada: $x \in \mathbb{N}$

Saída: um número

se $x \leq 1$ então

 Devolva x

Devolva $3 * B(\lceil \frac{x}{2} \rceil) + 1$