

Prova 2 - Análise de Algoritmos

Prof. André Vignatti

Exercício 1 (20 pontos). O problema da PARADA é um problema bem conhecido pois exemplifica as limitações da computação, já que, de maneira geral, ele não pode ser resolvido (ou seja, é impossível projetar um algoritmo que o resolva). O problema é definido como:

Entrada: Um código-fonte escrito numa certa linguagem.

Saída: SIM, se o código-fonte, quando executado, para; NÃO, se o código-fonte, quando executado, entra em laço infinito.

O problema da PARADA está na classe NP? Justifique.

Exercício 2 (20 pontos). A pergunta “ $P = NP$?” é interpretada muitas vezes como “é mais difícil encontrar soluções do que verificá-las?”. Intuitivamente falando, essa interpretação pode ser considerada correta? Justifique.

Exercício 3 (20 pontos). Considere o problema CLIQUE restrito a grafos onde os vértices tem grau no máximo 3. Tal problema é chamado de CLIQUE-3. Uma pessoa escreveu a seguinte prova de que CLIQUE-3 é NP-Completo:

“Sabemos que CLIQUE para grafos quaisquer é NP-Completo, então basta apresentarmos uma redução de CLIQUE-3 para CLIQUE (usar CLIQUE como caixa-preta para resolver CLIQUE-3). Dado um grafo G com vértices de grau ≤ 3 , e um parâmetro g , a redução não altera o grafo e o parâmetro: claramente entrada de CLIQUE-3 é uma entrada válida para o CLIQUE. Além disso, a resposta para ambos problemas é idêntica. Isto prova que a redução está correta e portanto, CLIQUE-3 é NP-Completo.”

Essa prova está correta ou incorreta? Justifique.

Exercício 4. Considere uma função $\text{random}(a,b)$ que retorna um inteiro aleatório r distribuído de maneira uniforme, tal que $a \leq r \leq b$. Considere o algoritmo a seguir:

Algoritmo CONTADOR – ALEATORIO(*inteiro* n)

```
 $s \leftarrow n$ 
para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
   $r \leftarrow \text{random}(1, n)$ 
  se  $r \leq 2i$  então
     $s \leftarrow s - 1$ 
retorna  $s$ 
```

Seja X_i uma variável aleatória tal que $X_i = 1$ se na i -ésima iteração $r \leq 2i$; $X_i = 0$ caso contrário. Seja $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Em todos os itens abaixo, **explique detalhadamente**, incluindo TODOS os passos dos cálculos (se houver cálculos).

OBS: Para facilitar os cálculos, considere n par.

- (a) [10 pontos] Qual a probabilidade $Pr[X_i = 1]$?¹
- (b) [10 pontos] Qual a esperança $E[X_i]$?
- (c) [5 pontos] Qual a relação entre o valor final da variável s (valor de retorno) com a variável aleatória X ?
- (d) [15 pontos] Qual a esperança $E[X]$?

¹muita atenção e cuidado: uma probabilidade é um valor entre 0 e 1!