CE-003: Estatística II - Turma: K/O, 2^a Prova (13/03/2013)

GRR: ______________ **Nome:** ___________________________________ **Turma:** ___

1. O número diário de solicitações em um serviço de atendimento online foi registrado por um período de 200 dias e os resultados foram resumidos na tabela a seguir.

Número de Solicitações diárias	Número dias
$[0, 200)$	50
$[200, 400)$	65
$[400, 800)$	70
$[800, 1200)$	10
$[1200, 2000]$	5
Total	200

(a) Faça um histograma para representar estes dados

(b) Obtenha o número médio de solicitações

(c) Obtenha o número mediano de solicitações

(d) Obtenha o coeficiente de variação do número de solicitações

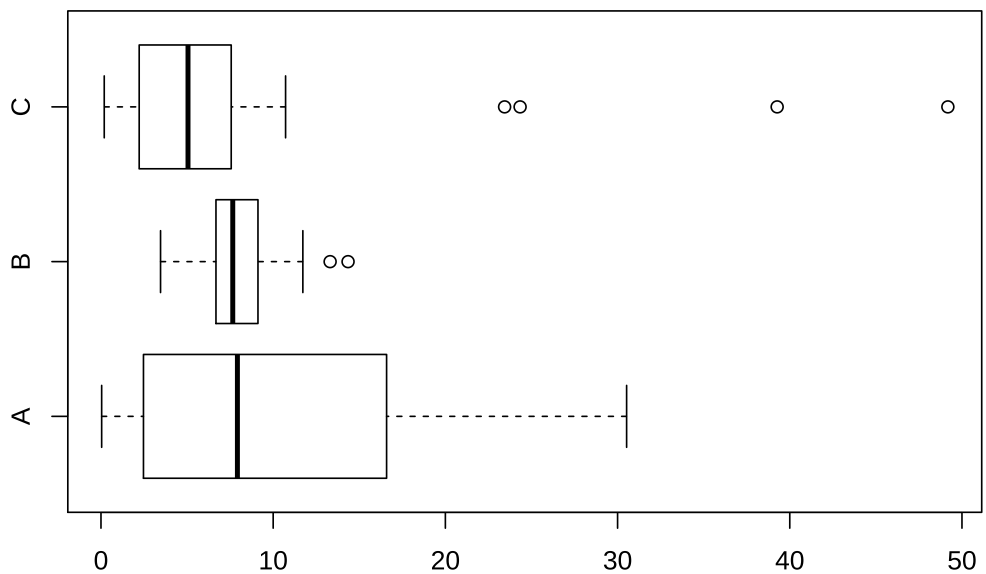
Solução:

```
> xm <- c(100, 300, 600, 1000, 1600)
> fAbs <- c(50, 65, 70, 10, 5)
> (media <- (sum(xm * fAbs)/sum(fAbs)))

[1] 422.5

> xI <- c(0, 200, 400, 800, 1200)
> xS <- c(200, 400, 800, 1200, 2000)
> freq <- c(50, 65, 70, 10, 5)
> (freqAc <- cumsum(freq)/sum(freq))

[1] 0.250 0.575 0.925 0.975 1.000

> (ind50 <- min(which(freqAc > 0.5)))

[1] 2

> (xI[ind50] + ((0.5 - freqAc[ind50 - 1])/diff(freqAc[(ind50 - 1):ind50])) *
+     (xS - xI)[ind50])

[1] 353.8

> S2 <- sum(((xm - media)^2) * fAbs)/(sum(fAbs) - 1)
> (CV <- 100 * sqrt(S2)/media)
```

```
[1] 72.46
```

---

2. Os tempos de atendimento e solução de problemas foram medidos em três *call-centers* distintos de uma mesma empresa e os dados foram representados no gráfico a seguir. Baseando-se no gráfico, avalie cada uma das afirmações a seguir, dizendo se está certa ou errada, e, corrigindo se errada.



   (a) Os valores no local C possuem uma distribuição simétrica.
   (b) Os dados discrepantes do local A afetam (aumentam) a mediana do local.
   (c) Os locais B e C possuem médias e desvios padrão semelhantes.
   (d) O local B possui o menor coeficiente de variação.
   (e) As médias dos três locais devem ser semelhantes.

---

3. Considere um estudo na qual deseja-se estimar a proporção de solicitações atendidas e resolvidas de uma central do usuário através de uma amostra aleatória simples.

   (a) Qual deveria ser o tamanho da amostra para se obter a estimativa com uma margem de erro de 2,5% com 95% de confiança?
   (b) E para uma margem de erro de 3% com 99% de confiança?

Solução:

$$
\begin{aligned}
X &\sim B(p) \\
\text{Teo 2:} \quad \hat{p} = \overline{X} &\approx N(p, \frac{p(1-p)}{n}) \\
\hat{p} &\pm z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\
\hat{p} &\pm \text{ME} \\
\text{ME} &= z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\
n &= \frac{(z_{1-\alpha})^2}{\text{ME}^2} p(1-p) \\
p(1-p) &\text{ é limitado superiormente para } p = 0,5 \\
n &= \frac{(z_{1-\alpha})^2}{\text{ME}^2} 0,25
\end{aligned}
$$

(a) $n = \frac{(1.96)^2}{(0,025)^2} 0,25 = 1537$

(b) $n = \frac{(2.576)^2}{(0,03)^2} 0,25 = 1844$

---

4. O consumo de combustível de uma frota de ônibus é uma v.a. medida pelo rendimento em km/l que tem distribuição normal com média de 8,2 e desvio padrão de 0,7. Selecionando-se um veículo ao acaso qual a probabilidade de

   (a) ter rendimento inferior a 7,0 km/l,

   (b) ter rendimento acima de 9,0 km/l,

   (c) ter rendimento entre 8,0 e 8,5 km/l.

   Selecionando-se uma amostra de 5 veículos, qual a probalidade de que

   (d) nenhum deles tenha rendimento inferior a 7,0 km/l

   (e) ao menos 4 tenham rendimento entre 8,0 e 8,5 km/l.

   Considerando-se ainda a amostra de 5 veículos, que a probabilidade de que

   (f) o rendimento médio esteja entre 8,0 e 8,5 km/l,

   (g) o rendimento médio esteja abaixo de 7,5 km/l.

Solução:

$$
\begin{aligned}
&X : \text{consumo de combustível de cada veículo} \\
&X \sim N(\mu = 8,2; \sigma^2 = 0,7^2)
\end{aligned}
$$

```
> (prA <- pnorm(7, m=8.2, sd=0.7))
```

```
[1] 0.04324
```

```
> (prB <- pnorm(9, m=8.2, sd=0.7, lower=FALSE))
[1] 0.1265
> (prC <- diff(pnorm(c(8, 8.5), m=8.2, sd=0.7)))
[1] 0.2783
```

$$Y_1 : \text{número de veículos com rendimento inferior a 7,0 } km/l$$
$$Y_1 \sim \mathrm{B}(n = 5, p = prA)$$

```
> (prD <- dbinom(0, size=5, prob=prA))
[1] 0.8017
```

$$Y_2 : \text{número de veículos com rendimento entre 8,0 e 8,5 } km/l$$
$$Y_2 \sim \mathrm{B}(n = 5, p = prC)$$

```
> (prE <- pbinom(3, size=5, prob=prC, lower=FALSE))
[1] 0.02333
```

$$\overline{X} : \text{rendimento médio de cinco veículos}$$
$$\mathrm{X} \sim N(\mu = 8,2; \sigma^2 = 0,7^2/5)$$

```
> (prF <- diff(pnorm(c(8, 8.5), m=8.2, sd=0.7/sqrt(5))))
[1] 0.5696
> (prG <- pnorm(7.5, m=8.2, sd=0.7/sqrt(5)))
[1] 0.01267
```

---

5. Com o objetivo de se dimensionar um serviço de atendimento ao cliente, foram tomados os tempos de atendimento em minutos de 50 consultas escolhidas ao acaso. Na análise dos dados adotou-se a distribuição exponencial e, o valor calculado do tempo médio de atendimento nas 50 consultas, foi de 6,5 minutos. Neste problema identifique e descreva: qual a população, qual a amostra, qual o parâmetro de interesse, qual o estimador e qual é a estimativa. Além disto discuta qual é a distribuição amostral relevante para inferências neste problema, justificando sua resposta.

Solução:

$$\begin{aligned} X &: \text{tempo de atendimento em consulta} \\ X &\sim Exp(\lambda) \\ f(x) &= \frac{1}{\lambda}\exp\{-\frac{x}{\lambda}\} \end{aligned}$$

- população: tempo de atendimento de cliente no SAC
- amostra: os 50 tempos selecionados
- parâmetro: o valor de λ na expressão de $f(x)$
- estimador: a regra para se estimar o parâmetro,no caso $\hat{\lambda} = \bar{X} = \frac{\sum_i X_i}{n}$
- estimativa: valor do estimador para uma particular amostra, $\hat{\lambda} = \bar{x} = 6,5$
- distribuição amostral: distribuição do estimador. No caso, como o estimador é uma média, pelo *teorema do limite central* tem-se que esta distribuição aproxima-se da normal na medida que cresce o tamanho da amostra.
