Departamento de Informática - UFPR

Segunda prova

Alg. e Teoria dos Grafos - CI065 - 2009/2

Prof. André Luiz Pires Guedes

04 de dezembro de 2009

PROVA SEM CONSULTA

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

Dado : um grafo conexo G com pesos nas arestas.

Devolve: árvore geradora de custo mínimo T.

escolha $v \in V(G)$;
$S \leftarrow \{v\}$;
$A \leftarrow \emptyset$;
enquanto $S \neq V(G)$ **faça**
    escolha $\{u, w\} \in E(S, \overline{S})$ de peso mínimo no corte, com $u \in S$;
    insira $\{u, w\}$ em A;
    insira v em S;
devolva $T = (S, A)$.

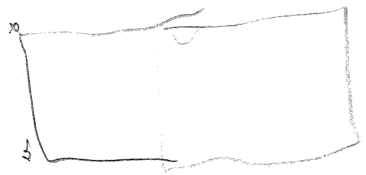
Algoritmo 1: Prim(G).

(10pts) **1.** Apresente (desenhando ou descrevendo) todas as árvores (não-isomorfas) com 6 vértices.

(20pts) **2.** Considerando o algoritmo 1, prove que (S, A) é uma árvore geradora mínima de $G[S]$ sempre que a linha 4 é executada.

(20pts) **3.** Prove, ou apresente um contra-exemplo, que se um grafo G, com $n \geq 3$ vértices, é planar, então G tem no máximo $3n - 6$ arestas.

(20pts) **4.** Um grafo G é Hamiltoniano se existe um ciclo em G que passa por todos os vértices (sem repetições). Um emparelhamento M em um grafo G é dito perfeito se todos os vértices de G são cobertos por M. Prove, ou apresente um contra-exemplo, que se um grafo G é Hamiltoniano e $|V(G)|$ é par então G possui um emparelhamento perfeito M.



$\frac{4!}{2 \cdot 2!}$

(20pts) **5.** Seja $\chi'(G)$, o numero cromático de arestas (ou índice cromático) de um grafo G, ou seja, o menor número de cores necessárias para colorir as arestas de um do grafo G de modo que arestas de mesma cor sejam um emparelhamento. Seja $\Delta(G)$ o grau máximo de G. Prove que $\chi'(G) \geq \Delta(G)$ para todo grafo não vazio G.