

Prova final

Algoritmos e Teoria dos Grafos - CI065 - 2010/2

Prof. André Luiz Pires Guedes

17 de dezembro de 2010

PROVA SEM CONSULTA

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

Dado : um grafo conexo G com pesos (w) nas arestas e um vértice $s \in V(G)$.
Devolve : $d[v]$ e $p[v]$ para todo $v \in V(G)$.

```
1 para cada  $v \in V(G)$  faça
2    $d[v] \leftarrow \infty$ ;  $p[v] \leftarrow \lambda$ ;
3  $d[s] \leftarrow 0$ ;
4  $Q \leftarrow$  fila de prioridades com  $V(G)$  e prioridades dadas por  $d[ ]$ ;
5  $S \leftarrow \emptyset$ ;
6 enquanto  $Q \neq \emptyset$  faça
7    $u \leftarrow$  extrai mínimo de  $Q$ ;
8   insira  $u$  em  $S$ ;
9   para cada  $t \in N(u)$  faça
10    se  $d[t] > d[u] + w(\{u, t\})$  então
11       $d[t] \leftarrow d[u] + w(\{u, t\})$ ;
12       $p[t] \leftarrow u$ ;
```

Algoritmo 1: Dijkstra(G, s).

- (20pts) 1. Considerando o algoritmo 1, prove que para todo $v \in S$, $d[v]$ é exatamente a distância de s a v em G ($dist_G(s, v)$) sempre que a linha 6 é executada. Além disso, diga como recuperar um caminho mínimo de s a v após a execução deste algoritmo.
- (20pts) 2. Desenhe todos os grafos (não-isomorfos) com 4 (quatro) vértices.
- (20pts) 3. Prove ou dê um contra-exemplo: para todo grafo G sem triângulos $\alpha(G) \geq \Delta(G)$. (onde $\alpha(G)$ é o tamanho do maior conjunto independente e $\Delta(G)$ é o grau máximo.)
- (20pts) 4. Dado um grafo G , o grafo clique de G , $K(G)$ tem como vértices as cliques maximais de G e dois vértices de $K(G)$ são adjacentes se as respectivas cliques de G tem intersecção. Apresente um grafo G , com pelo menos 4 vértices, tal que G e $K(G)$ sejam isomorfos.
- (20pts) 5. Dado um ciclo C , seja $V(C)$ o conjunto de vértices de C . Um grafo G é *cordal* se para todo ciclo C com 4 ou mais vértices o grafo induzido $G[V(C)]$ tem mais arestas que C . A *cintura* de um grafo G , $g(G)$, é o tamanho do menor ciclo em G . Se o grafo é acíclico, a cintura é infinita. Quais os valores possíveis para $g(G)$, com G sendo um grafo cordal? Justifique.