

Departamento de Informática - UFPR  
Primeira prova  
Algoritmos e Teoria dos Grafos - CI065 - 2010/2  
Prof. André Luiz Pires Guedes  
06 de outubro de 2010  
PROVA SEM CONSULTA

---

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

---

		1	2	3	4	5
<b>Matriz</b> $M_1$	1	0	1	0	0	1
	2	1	0	1	1	0
	3	0	1	0	1	0
	4	0	1	1	0	1
	5	1	0	0	1	0

		1	2	3	4	5
<b>Matriz</b> $M_2$	1	0	0	0	1	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	1
	4	1	0	0	0	0
	5	0	0	1	0	0

- (40pts) 1. Considerando as matrizes de adjacência  $M_1$  e  $M_2$  acima e seus respectivos grafos  $G_1$  e  $G_2$ :
- a) (10pts)  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\overline{G_1}$  e  $\overline{G_2}$  são bipartidos? Justifique.
- b) (10pts) Apresente uma clique máxima de cada um dos grafos  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\overline{G_1}$  e  $\overline{G_2}$ .
- (15pts) 2. Seja  $G$  um grafo. Se  $X \subseteq V(G)$ ,  $E(X, \overline{X})$  é o corte que separa  $X$  de  $\overline{X}$  em  $G$ . Prove que se  $G$  é conexo, então  $E(X, \overline{X}) \neq \emptyset$  para todo  $X \subset V(G)$ , não vazio.
- (15pts) 3. Dado um grafo  $G$ , acíclico, com  $\delta(G) > 0$  e com  $n > 1$  vértices, prove que existem pelo menos dois vértices com grau 1.
- (20pts) 4. Seja  $G$  um grafo e  $F$  um subgrafo maximal acíclico de  $G$ . Verifique a veracidade, com justificativa, para as seguintes afirmações:
- a) (10pts)  $F$  é um subgrafo gerador de  $G$ .
- b) (10pts) Se  $G$  é conexo então  $F$  é conexo.
- (10pts) 5. Prove ou apresente um contra-exemplo, que se um grafo  $G$  é biconexo com  $n > 3$  vértices, então para todo  $v \in V(G)$ ,  $d_G(v) > 1$ .