Departamento de Informática - UFPR

Segunda prova

Algoritmos e Teoria dos Grafos - CI065 - 2010/2

Prof. André Luiz Pires Guedes

24 de novembro de 2010

PROVA SEM CONSULTA

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

Dado : um grafo conexo G com pesos nas arestas.
Devolve: árvore geradora de custo mínimo T.

1 escolha $v \in V(G)$;
2 $S \leftarrow \{v\}$;
3 $A \leftarrow \emptyset$;
4 **enquanto** $S \neq V(G)$ **faça**
5   escolha $\{u, w\} \in E(S, \overline{S})$ de peso mínimo no corte, com $u \in S$;
6   insira $\{u, w\}$ em A;
7   insira w em S;
8 devolva $T = (S, A)$.

Algoritmo 1: Prim(G).

(20pts) **1.** Apresente (desenhando ou descrevendo) todas as árvores (não-isomorfas) com 6 vértices.

(20pts) **2.** Considerando o algoritmo 1, prove que (S, A) é uma sub-árvore de alguma árvore geradora mínima de G sempre que a linha 4 é executada.

(20pts) **3.** Prove que se um grafo bipartido $G = (A \cup B, E)$, de partes A e B, tem um emparelhamento M que cobre A então para todo $S \subseteq A$, $|N(S)| \geq |S|$. Onde $N(S)$ é a união das vizinhanças de cada vértice de S.

(20pts) **4.** Dado um grafo G, o grafo linha de G é o grafo $L(G) = (E(G), A)$ onde $A = \{\ \{a, b\} \mid a \cap b \neq \emptyset\}$. Sabendo que $\Delta(G)$ é o grau máximo de G e que $\omega(G)$ é o tamanho da maior clique de G. Prove, ou apresente um contra-exemplo, que para todo grafo G, $\omega(L(G)) \leq \Delta(G)$.

(20pts) **5.** Um grafo G é Hamiltoniano se existe um ciclo em G que passa por todos os vértices (sem repetições). Um grafo G é Euleriano se existe um passeio fechado em G que passa por todas as arestas (sem repetições). Usando a definição de grafo linha da questão anterior, prove, ou apresente um contra-exemplo, que um grafo G é euleriano se, e somente se, $L(G)$ é hamiltoniano.