

Departamento de Informática - UFPR
 Primeira prova
 Algoritmos e Teoria dos Grafos - CI065 - 2012/1
 Prof. André Luiz Pires Guedes
 25 de abril de 2012
 PROVA SEM CONSULTA

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

Matriz M_1	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">5</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> </table>		1	2	3	4	5	1	0	1	1	0	1	2	1	0	0	1	0	3	1	0	0	1	0	4	0	1	1	0	1	5	1	0	0	1	0	
	1	2	3	4	5																																	
1	0	1	1	0	1																																	
2	1	0	0	1	0																																	
3	1	0	0	1	0																																	
4	0	1	1	0	1																																	
5	1	0	0	1	0																																	

Matriz M_2	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">5</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> </table>		1	2	3	4	5	1	0	0	1	1	0	2	0	0	1	0	1	3	1	1	0	0	1	4	1	0	0	0	0	5	0	1	1	0	0	
	1	2	3	4	5																																	
1	0	0	1	1	0																																	
2	0	0	1	0	1																																	
3	1	1	0	0	1																																	
4	1	0	0	0	0																																	
5	0	1	1	0	0																																	

(30pts) 1. Considerando as matrizes de adjacência M_1 e M_2 acima e seus respectivos grafos G_1 e G_2 :

- a) (10pts) $G_1, G_2, \overline{G_1}$ e $\overline{G_2}$ são bipartidos? Justifique.
- b) (10pts) Apresente uma clique máxima de cada um dos grafos $G_1, G_2, \overline{G_1}$ e $\overline{G_2}$.
- c) (10pts) Existe algum, par dentre estes quatro grafos, formado por grafos isomorfos? Justifique.

(20pts) 2. Seja G um grafo. Considere F um grafo conexo minimal tal que G é subgrafo de F . Verifique a veracidade, com justificativa, para as seguintes afirmações:

- a) (10pts) G é um subgrafo gerador de F . *G é todo.
F muda.*
- b) (10pts) Se G é acíclico então F é acíclico. *F AMARRADO COM G*

(20pts) 3. Faça uma busca em largura no grafo da matriz M_1 , iniciando no vértice 3, e diga o tipo de cada aresta (de árvore ou de cruzamento), e para cada vértice, os valores de entrada, saída e pai.

(15pts) 4. Prove ou apresente um contra-exemplo, que se um grafo G é 2-conexo com $n > 3$ vértices, então para todo $v \in V(G)$, $d_G(v) > 1$.

(15pts) 5. Dado um grafo G , acíclico, com $\delta(G) > 0$ e com $n > 1$ vértices, prove que existem pelo menos dois vértices com grau 1.