

$$e^{-x} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$e^{2x}$$

SUBST.
x por
2x

$$= 1 + \frac{2x}{1!} + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^3 x^3}{3!} + \dots$$

Segunda prova de Matemática Discreta

2º semestre de 2003

$$(1+x)^n = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{n}{r} (x)^r = 1 + \frac{n x^r}{1!} + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots$$

FAQ:

1. A prova pode ser a lápis.
2. Entender as questões faz parte da prova.
3. Não precisa devolver a folha com o enunciado das questões.
4. A prova é individual e sem consulta.
5. Justifique as suas respostas.

$$1 + a_0 + a_1 \frac{x^r}{r!}$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots$$

1. (1) Qual o coeficiente de x^m na série de potências de $(1-x)^{-n}$?

$$= \binom{n+m-1}{m} = \binom{n+m-1}{n-1}$$

2. (2) Seja $q(x)$ a série formal com coeficientes (a_n) . Mostre que

$$\frac{1}{2} (q(x) + q(-x)) = a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + \dots$$

e

$$\frac{1}{2} (q(x) - q(-x)) = a_1 x + a_3 x^3 + a_5 x^5 + \dots$$

3. (2) Encontrar a função geradora para a seqüência $a_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n$.

$$= \frac{3x}{1-x}$$

$$\frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (n) + \dots + p \cdot a(p)$$

4. (2) Escreva uma recorrência para C_n^p , o número de combinações de n elementos tomados p a p , e resolva-a usando funções geradoras exponenciais.

$$1 + a_1 \frac{x^r}{r!}$$

$$a_0 + a_1 \frac{x^1}{1!} + a_2 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

5. (3) Uma escada tem $n \geq 1$ degraus. Em cada passo você sobe um ou dois degraus. De quantas maneiras diferentes você pode subir toda a escada? Para responder essa pergunta formule uma recorrência e resolva-a usando funções geradoras.