

# Matemática Discreta

Primeira Prova

5 de Novembro de 2010

1. (3.0 pontos) Seja  $b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  a função dada por

$$b(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ b\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + (n \bmod 2) & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

Prove por indução que

$$b(n) \leq \lfloor \lg n \rfloor + 1, \text{ para todo } n > 0.$$

2. (3.5 pontos) Resolva a seguinte recorrência explicando cada etapa da resolução.

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1, \\ 5f(n-1) - 6f(n-2) + n/3, & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

3. (3.5 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para

$$\sum_{i=0}^n \frac{i}{3^i} \text{ explicando cada etapa da resolução.}$$