

Matemática Discreta

Segunda Prova

3 de Dezembro de 2010

1. É verdade que

(a) (1.0 pontos) $4 + 8n + 15n^2 + 16n^3 + 23n^4 + 42n^5 = O(n^5)$?

(b) (1.0 pontos) $4 + 8n + 15n^2 + 16n^3 + 23n^4 + 42n^5 = \Omega(n^5)$?

(c) (1.0 pontos) $4 + 8n + 15n^2 + 16n^3 + 23n^4 + 42n^5 = \Theta(n^5)$?

(d) (1.0 pontos) $4 + 8n + 15n^2 + 16n^3 + 23n^4 + 42n^5 = o(n^5)$?

Justifique cada resposta.

2. (2.0 pontos) A *seqüência de Fibonacci* é a função $F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por

$$F(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1 \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

Prove por indução que

$$\sum_{i=0}^n F(2i) = F(2n+1) - 1$$

3. (2.0 pontos) É verdade que $\sqrt{n} = \Theta(\sqrt[3]{n})$? Justifique.

4. (3.0 pontos) Seja $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(n) = O(n)$. Prove que

$$\sum_{i=0}^n f(i) = O(n^2).$$