

Matemática Discreta

Primeira Prova

5 de fevereiro de 2013

1. O seguinte algoritmo devolve o n -ésimo termo da sequência de Fibonacci.

| |
|---|
| $F(n)$ |
| Se $n \leq 1$ Devolva n Devolva $F(n - 1) + F(n - 2)$ |

Para cada $n \in \mathbb{N}$, seja $S(n)$ o número de somas efetuado na execução de $F(n)$.

- (a) (1.0 pontos) Expresse $S(n)$ por uma recorrência.
(b) (2.5 pontos) Prove por indução em n que

$$S(n) = F(n + 1) - 1, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

2. Resolva as seguintes recorrências explicando cada passo da resolução.

- (a) (3.0 pontos)

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1, \\ f(n - 2) + \sqrt{n}, & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

- (b) (3.5 pontos)

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 2f(n - 1) + \sum_{i=0}^n i, & \text{se } n > 0. \end{cases}$$