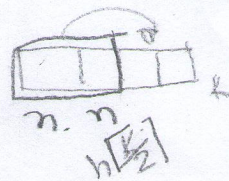


Handwritten notes: "n dia", "R^n", and some other scribbles.

# Matemática Discreta

## Segunda Prova

30 de julho de 2013



Em cada questão, explique o raciocínio que leva à resposta apresentada.

1. (1.5 pontos) Um *palíndromo* sobre um conjunto  $A$  é uma sequência  $(a_1, \dots, a_k)$  de elementos de  $A$  que “permanece a mesma quando lida na ordem reversa”, isto é, que satisfaz  $a_i = a_{k-i+1}$ , para todo  $1 \leq i \leq k$ .

Qual o número de palíndromos de tamanho  $k$  sobre um conjunto de  $n$  elementos?

2. (1.5 pontos) Na primeira fase de um torneio de xadrez cada jogador joga uma vez contra cada um dos demais. Nesta fase foram realizados 78 jogos. Quantos eram os jogadores?

3. (1.0 pontos) Quantas são as sequências binárias de  $n$  dígitos com exatamente  $k$  dígitos 1?

4. Em função dos valores de  $k$  e  $n$ , quantas soluções inteiras não negativas (ou seja, com  $x_i \geq 0$ , para todo  $0 \leq i \leq k$ ) distintas admitem as seguintes equações.

(a) (1.0 pontos)  $\sum_{i=1}^k x_i = n.$

(b) (1.5 pontos)  $\sum_{i=1}^k x_i \leq n.$

5. Uma *data* é uma sequência de caracteres da forma  $d_1d_2m_1m_2a_1a_2a_3a_4$  onde  $d_1d_2$ ,  $m_1m_2$  e  $a_1a_2a_3a_4$  são dígitos representando o dia, mês e ano, respectivamente. Por exemplo, 07091822 e 30072013 são datas e 31022013 e 48151623 não são.

(a) (1.25 pontos) Quantas das sequências de 8 caracteres numéricos são datas?

(b) (1.0 pontos) Qual a probabilidade de uma sequência de 8 dígitos escolhida uniformemente ao acaso ser uma data?

(c) (1.25 pontos) Se um gerador aleatório gera uma sequência de 8 dígitos a cada segundo (independente e uniformemente), qual é a probabilidade de não ter gerado nenhuma data ao final de um minuto?

Handwritten notes:  $\binom{n+k-1}{k-1}$  and  $\binom{n-1}{k-1}$ .

