

Departamento de Informática - UFPR
 Gabarito da Segunda prova
 Matemática Discreta - CI237 - 2004/2
 Prof. André Luiz Pires Guedes
 04 de dezembro de 2004

Considere as equações abaixo:

$$a_n = 5a_{n-2} - 4a_{n-4}, \quad n \geq 4 \tag{1}$$

$$b_n = 5b_{n-1} - 6b_{n-2} + 2^n, \quad n \geq 2 \tag{2}$$

$$c_n = c_{n-2} + n, \quad n \geq 2 \tag{3}$$

(3.0) 1. Encontre a solução geral para as equações de recorrência (1), (2) e (3).

Resposta:

equação (1): Caso homogêneo

Eq. característica: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Trocando de variável ($y = x^2$): $y^2 - 5y + 4 = 0$

as raízes são $y = 4$ e $y = 1$, logo, $x = -2, 2, -1$ ou 1 .

Solução geral é: $a_n = A2^n + B(-2)^n + C + D(-1)^n$.

equação (2): Caso não homogêneo (exponencial)

Eq. característica hom. associada: $x^2 - 5x + 6 = 0$

as raízes são $x = 3$ e $x = 2$.

Solução homogênea: $h_n = A3^n + B2^n$

- Como é o caso exponencial e 2 é uma das raízes, $p_n = Cn2^n$

Achando C: $p_n = 5p_{n-1} - 6p_{n-2} + 2^n$

$Cn2^n = 5C(n-1)2^{n-1} - 6C(n-2)2^{n-2} + 2^n$

⋮

$C = -2$

Solução geral é: $b_n = A3^n + B2^n - 2n2^n$.

equação (3): Caso não homogêneo (polinomial)

Eq. característica hom. associada: $x^2 - 1 = 0$

as raízes são $x = -1$ e $x = 1$.

Solução homogênea: $h_n = A(-1)^n + B$

Como é o caso polinomial e 1 é uma das raízes, $p_n = Cn + Dn^2$

Achando C e D: $p_n = 3p_{n-2} + n$

$Cn + Dn^2 = C(n-2) + D(n-2)^2 + n$

⋮

$C = 1/2$ e $D = 1/4$

Solução geral é: $c_n = A(-1)^n + B + n/2 + n^2/4$.

(2.0) 2. Se considerarmos 2 e 3 como os termos para $n = 0$ e $n = 1$, respectivamente, qual a solução (final) das recorrências (2) e (3)?

*2000
 Colte 133 MHz
 266 MHz*